

Números Decimales y Números Binarios

El sistema de números binarios se compone de solo dos posibles números, 0 y 1, mientras que el sistema decimal se compone de diez posibles números (0, 1 ,2 ,3 ,4 ,5 ,6, 7, 8, 9).

Para convertir un numero de binario a decimal debemos realizar lo siguiente:

10110

El numero anterior debemos multiplicar desde derecha a izquierda el digito indicado por la siguiente secuencia.

16	8	4	2	1
X	X	X	X	X
1	0	1	1	0

$$16+0+4+2+0=22$$

Entonces podemos deducir que a mayor cantidad de dígitos solamente debemos incrementar el valor a multiplicar, el incremento es el numero anterior al doble.

Para convertir de numero decimal a binario debemos realizar lo siguiente:

El numero debe ser dividido por 2, entonces el numero 38 quedaria de la siguiente manera:

$$38 / 2 = 0$$

$$19 / 2 = 1$$

$$9 / 2 = 1$$

$$4 / 2 = 0$$

$$2 / 2 = 0$$

1

El resultado de cada división se debe anotar como entero sin decimales, si el resultado es diferente de 0 (.5) entonces se anota el resultado como 1.

Finalmente, el resultado de todas las divisiones se debe leer de manera inversa (de abajo hacia arriba) y obtendremos el numero en binario.

$$100110=38$$

Ejercicios

Convierta los siguientes números de Binario a decimal.

10001010

11001100

100111010

111000

00101

10101000111

111000111

1001001010101

Convierta los siguientes números decimal a de Binario.

58

92

152

35

64

178

504

384

Operaciones con Números Binarios

Para sumar números binarios se tiene que utilizar casi el mismo sistema que para sumar en el sistema decimal.

$$\begin{aligned}0 + 0 &= 0 \\1 + 0 &= 1 \\0 + 1 &= 1 \\1 + 1 &= 10\end{aligned}$$

Es sencillo porque los números que operan están casi todos dentro del mismo nivel que en el sistema decimal, a excepción del 10 que equivale al 2 si lo traducimos al sistema decimal. Ahora, para poder sumar hay que seguir estas reglas y si te encuentras con un 1+1, debes escribir el 0 en la columna correspondiente y llevar el 1 para la siguiente columna donde lo sumarás a la cifra y te dará el resultado de la siguiente, así sucesivamente hasta terminar. Por ejemplo, vamos a sumar 17 más 13, cuyo resultado debería ser 30. Mientras que en la suma de binarios se da de esta manera:

$$\begin{array}{r}10001 \\+1101 \\ \hline=11110\end{array}$$

Para restar entre números binarios, se usa el mismo método que en el sistema decimal, con la misma idea de “llevar uno” que en la suma, pero la diferencia es que al llevar uno, el número que sobra se debe restar en la siguiente columna o posición de la cifra binaria, y la tabla de restas viene a ser parecida pero con una diferencia.

$$\begin{aligned}0 - 0 &= 0 \\1 - 1 &= 0 \\1 - 0 &= 1\end{aligned}$$

Sin embargo, no se puede restar 0 – 1 de la forma tradicional, pues en el sistema binario, los números negativos tienen un método distinto para ser representados y en una sola cifra no puede existir un número negativo de forma unitaria, sino que toda la cifra deberá ser convertida una vez que se la obtenga.

Entonces, para poder restar esta cifra, se tiene que pedir prestado de la columna siguiente y luego restar el número aumentado en la posición siguiente hacia la izquierda. Por ejemplo, si se quiere restar 26 menos 12, dando como resultado 14. En la resta de números binarios, quedaría de esta manera:

$$\begin{array}{r}11010 \\-1100 \\ \hline=1110\end{array}$$

Nótese que la primera cifra del sustraendo queda eliminada pues al “llevar uno” el arrastre se proyectó hasta el principio de la cifra.

Para multiplicar los números binarios, es bastante sencillo, pues se utiliza el mismo método del sistema decimal en el cual se va multiplicando de derecha a izquierda cada posición del multiplicador (abajo) por cada posición del multiplicando (arriba) y poniendo cada resultado a continuación y recorriendo una posición hacia la izquierda hasta terminar y luego se suman las cifras para obtener el producto. Pero al ser cifras pequeñas, no se tiene que “llevar” ningún número y el resultado se obtiene sin mucho esfuerzo. Utilizando la siguiente tabla se puede ver lo sencillo que es:

$1 * 1 = 1$
 $1 * 0 = 0$
 $0 * 1 = 0$
 $0 * 0 = 0$

Siempre tomando en cuenta que cualquier cifra multiplicada por cero da igual cero. Veamos un ejemplo al multiplicar 12 por 4, cuyo resultado es 48:

$1100 * 100 =$

$$\begin{array}{r} 0000 \\ 0000 \\ +1100 \\ \hline 110000 \end{array}$$

Ejercicios

$$\begin{array}{r} 110100_2 \\ + 101100_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111000_2 \\ + 110000_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100111_2 \\ + 111111_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001110_2 \\ - 100100_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1010101_2 \\ - 110100_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101000_2 \\ + 100011_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001111_2 \\ - 100110_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001101_2 \\ - 101001_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110101_2 \\ + 110001_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001101_2 \\ - 100100_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110110_2 \\ + 100100_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1110001_2 \\ - 111000_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10010_2 \\ \times 100_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11110_2 \\ \times 100_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11010_2 \\ \times 11_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10000_2 \\ \times 100_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10001_2 \\ \times 10_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11110_2 \\ \times 11_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10010_2 \\ \times 11_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10111_2 \\ \times 101_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1010_2 \\ \times 100_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11010_2 \\ \times 101_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11110_2 \\ \times 11_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10101_2 \\ \times 10_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10101_2 \\ \times 111_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10100_2 \\ \times 100_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11100_2 \\ \times 10_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11010_2 \\ \times 11_2 \\ \hline \end{array}$$

Lógica Proposicional

La lógica Proposicional (Lógica Simbólica) es la que nos permite evaluar los posibles resultados de una proposición o determinados resultados, pero las respuestas son en verdadero o Falso. La entrada de datos es de una proposición, la cual tiene que ser Verdadera o Falsa y así mismo el resultado, por lo que podemos decir que la operación con lógica proposicional es con valores Binarios, 1 es verdadero y 0 es Falso.

Para representar las proporciones usaremos las variables p,q,r y s (y así sucesivamente).

Entonces podemos asignarle valores de Verdadero o Falso (1 y 0) a las variables.

Para poder determinar si la propuesta entre variables es verdadera o falsa utilizamos los operadores lógicos, los cuales nos permiten obtener un único resultado entre variables de la propuesta.

CONECTOR LÓGICO SIMBOLO	OPERACIÓN LÓGICA	ESQUEMA	SIGNIFICADO
~	Negación	~p	"no" p
^	Conjunción	p^q	p "y" q
v	Disyunción	p v q	p "o" q
↓	Conjunción Negativa	p ↓ q	"ni" p "ni" q
∨	Disyunción Exclusiva	p ∨ q	o p o q, pero no ambas
→	Condiciona l o Implicación	p → q	si p entonces q
↔	Bicondiciona l	p ↔ q	p si y sólo si q

La negación invierte el valor de la variable:

Si P es verdadero, entonces el valor es Falso

La conjunción (y) requiere que todos los términos sean Verdaderos para ser verdadero el resultado.

La Disyunción (O) requiere que solo uno de los resultados sea verdadero para que toda la expresión sea verdadera.

De estos dos operadores tenemos dos variantes más:

Y especial (Disyunción Exclusiva): El resultado será verdad solo si todos los términos son diferentes

O Especial (Bicondiciona l): El resultado será Verdad solo si todos los términos son iguales

Expresar mediante fórmulas proposicionales las siguientes afirmaciones. En cada caso indique el significado que se asigna a las variables proposicionales (p, q, etc.) utilizadas.

Hoy es lunes y estamos en abril

Comeré Carne o Comeré Pescado.

salgo de fiesta el viernes o el sábado

Si el sol brilla hoy, entonces no brillara mañana.

Roberto tiene celos de Chari o no está de buen humor hoy.

Cuando la presión atmosférica baja, entonces llueve o nieva.

Si has leído los apuntes y has hecho los ejercicios, estás preparado para el examen. En caso contrario, tienes un problema.

Juan duerme muchas horas y muy profundamente

Mi hermana tiene un gato blanco y negro.

Tablas de Verdad

Las tablas de verdad permiten ver los posibles resultados, en base a las posibles combinaciones de respuestas de las variables de una proposición. La cantidad de posibles combinaciones la podemos determinar teniendo en cuenta la cantidad de variables, elevado al mismo números:

3 variables: $3^3=9$ combinaciones posibles

P	Q	R
V	V	V
V	V	F
V	F	F
V	F	V
F	V	V
F	V	F
F	V	V
F	F	V
F	F	F

Y	O
V	V
F	V
F	V
F	V
F	V
F	V
F	V
F	V
F	F

Nos queda una tabla con las siguientes combinaciones y a la derecha los posibles resultados para la operación de Conjunción y Disyunción (Y; O)

En el caso de tener una proposición y variables que queramos realizar su tabla de verdad debemos escribir el enunciado con un solo resultado posible.

P	Q	R	O	~R	$(p \vee q) \wedge \sim r$
V	V	V	V	F	F
V	V	F	V	V	V
V	F	F	V	V	V
V	F	V	V	F	F
F	V	V	V	F	F
F	V	F	V	V	V
F	V	V	V	F	V
F	F	V	V	F	F
F	F	F	F	V	V

Ejercicios Tablas de Verdad

Desarrollar las siguientes tablas de verdad

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim (p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$	$\sim (p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

p	q	r	$\sim r$	$p \vee q$	$\sim r \wedge q$	$q \leftrightarrow r$	$(p \vee q) \rightarrow (\sim r \wedge q)$	$[(p \vee q) \rightarrow (\sim r \wedge q)] \rightarrow (q \leftrightarrow r)$

p	q	$\sim p$	$p \rightarrow q$	$(\sim p) \vee q$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow [(\sim p) \vee q]$